अध्ययन संस्थेचे उपक्रम

ज्ञान एखाद्याच्या डोक्यात ओतता येत नाही. परिसराचा अनुभव घेत व परिसराशी प्रयोग करत आपल्या डोक्यात ज्ञान साकारत असते.

शिक्षण शास्त्रातील या मूलभूत तत्त्वावर अध्ययन संस्थेचे शालेय पातळीवरील सर्व उपक्रम चालतात.

- **डिस्कव्हर** : हा शाळांसाठी विकसित केलेला **सर्वांगीण शैक्षणिक गुणवत्ता विकास उपक्रम** आहे. या उपक्रमात प्रामुख्याने विज्ञान, गणित, भूगोल या विषयांच्या ज्ञानाबरोबरच त्या विषयाची कार्यपध्दती, कौशल्य, बोधात्मकता आणि उपयोजन यावर भर असतो. यासाठी शिक्षकांना आधारभूत ठरतील असे उपक्रम घेतले जातात. एखाद्या परिसरातील शाळांच्या समूहाबरोबर हा उपक्रम 3 वर्षांसाठी घेतला जातो.
- **शिक्षक प्रशिक्षण** : संस्थेतर्फे शाळेच्या प्रत्येक स्तरावर शिक्षकांसाठी विज्ञान, गणित, भूगोल, बहिःशाल उपक्रम या संदर्भात प्रशिक्षण वर्ग घेण्यात येतात. मराठी शाळांमध्ये इंग्लिश भाषेचे प्रशिक्षण तसेच सेमी इंग्लिश वर्गासाठी प्रशिक्षण वर्ग घेण्यात येतात.
- **बी.एड्. व डी.एड्. (भावी शिक्षक) प्रशिक्षण** : बी.एड्. महाविद्यालयात विज्ञान, गणित व भूगोल विषयांची कृतिसत्रे तर डी.एड्. महाविद्यालयात सर्व विषयांची कृतिसत्रे अध्ययन संस्थेतर्फे घेतली जातात.
- **मुलांसाठी** : विज्ञान व गणित विषयक कृतिसत्रे, खगोलशास्त्र व आकाश-दर्शन शिबिरे, पर्यावरण शिबिरे.

प्राथमिक गणित
आकलन व कौशल्य मालिका

समीकरण
(एकरेषीय - एकचल)

- सारिका परब
- सविता आयरे
- अनुजा सावंत

$$x - \frac{x}{4} - \frac{x}{2} = 500$$

$$4x - x - 2x = 2000$$

$$x = 2000$$

अध्ययन प्रकाशन

समीकरण
(एकरेषीय - एकचल)

सारिका परब
सविता आयरे
अनुजा सावंत

अध्ययन - प्रकाशन
मुंबई

▶▶ **समीकरण** (**एकरेषीय - एकचल**)
सारिका परब
सविता आयरे
अनुजा सावंत

▶▶ **प्रकाशक : श्री. राजीव वर्तक**
अध्ययन प्रकाशन
12-ओक शेड,
देवनार बाग, मुंबई - 400 088.

▶▶ **e-mail: adhyayane@gmail.com**

▶▶ **मुद्रक :** किशोर प्रिंटस्

▶▶ **किंमत: रु.40/-**

▶▶ **प्रकाशन:** नोव्हेंबर 2012

▶▶ सदर पुस्तकाच्या छपाईसाठी श्री. नरेश मेहता यांनी आर्थिक साहाय्य केले आहे.

▶▶ सततचे प्रोत्साहन, मार्गदर्शन आणि इतर साहाय्य यासाठी अध्ययन संस्था केअरिंग फ्रेंडस या अनौपचारिक गटाची आभारी आहे.

प्रस्तावना

समीकरण म्हणजे मानवी भाषा आणि गणित यांना सांधणारा दुवा. या समीकरणांच्या साहाय्याने आपण अनेक गणिती प्रश्नांची उकल करू शकतो. चांगल्या रितीने समीकरणांची मांडणी करता येणे आणि त्यांची उकल करता येणे हे काम म्हणजे एखाद्या गुप्तहेराप्रमाणे आहे.

मुलांना समीकरण समजण्यासाठी पुस्तकात पाणी आणि त्याची वाटणी असा सोपा, नेहमीच्या ओळखीचा भाग घेतला आहे. त्यामुळे सर्वसामान्य व्यक्तींच्या व्यवहाराशी समीकरणे जोडली जातात.

समीकरण बनविताना यापूर्वी शिकलेले सर्व गणित वापरले जाते. यामध्ये संख्येऐवजी अक्षरांचा वापर, अपूर्णांक, अपूर्णांकांवरील क्रिया यांचा प्रामुख्याने समावेश आहे. समीकरण सोडवताना समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंची किंमत सारखीच राहण्यासाठी आपण दोन्ही बाजूंना सारख्याच संख्येने सारखीच प्रक्रिया करतो व त्यातून x ची किंमत मिळते. म्हणजे पर्यायाने समीकरणाची उकल होते.

समीकरणांच्या साहाय्याने मनातील संख्या ओळखण्याचा खेळ हे या पुस्तकाचे वैशिष्ट्य आहे.

या पुस्तकात एकरेषीय समीकरणांचा आणि त्यातही एक चल असणाऱ्या समीकरणांचा विचार केला आहे. उच्च प्राथमिक इयत्तेत (इ. 5 वी ते 8 वी) या पुस्तकातील प्रक्रियेतून शिकविल्यास निश्चितच फायदा होतो. एकरेषीय एकचल समीकरणावर प्रभुत्व मिळविल्यास पुढे दोन चलातील एकचल व वर्गसमीकरणे समजणे सोपे जाते.

पुस्तिकेतील प्रक्रिया सातत्याने वापरल्यास जास्तीत जास्त विद्यार्थ्यांना (जवळ-जवळ सर्वच) निश्चितच फायदा होतो असा अनुभव आहे. पुस्तक वापरुन आपला अनुभव जरुर कळवावा.

- श्री. राजीव वर्तक

भारतीय गणित वर्ष 2012 च्या निमित्ताने गणित आकलन व उपयोजन मालिकेतील ही पुस्तके प्राथमिक व उच्च प्राथमिक इयत्तांत गणित शिकविणाऱ्या शिक्षकांसाठी प्रकाशित केली आहेत.

गणित आकलन व उपयोजन मालिकेतील पुस्तके :

1. अपूर्णांक - बेरीज व वजाबाकी
2. संख्यारेषा - चिन्हसंकेत व अपूर्णांक
3. समीकरण - एकरेषीय व एकचल

मालिकेतील आगामी प्रकाशने

1. अपूर्णांक : गुणाकार - भागाकार
2. अवयव - ल.सा.वि - म.सा.वि., विभाज्यता
3. शेकडेवारी
4. एकरेषीय - द्विचल समीकरणे

समीकरण शिकण्याची पूर्वतयारी

समीकरणात संख्या व अक्षरांचा वापर केला जातो. संख्यांबरोबर ही अक्षरे का असा प्रश्न सर्वच विद्यार्थ्यांना पडतो. संख्यांऐवजी अक्षरे हा भाग त्या त्या इयत्तेत (शक्यतो 6 वी व 7 वी) मुलांना न समजल्याने गणिताबद्दल भिती वाटू लागते. कुझनर पट्ट्यांच्या योग्य वापराने विद्यार्थ्यांना संख्यांऐवजी अक्षरे वापरण्याचा सराव होतो. कुझनर पट्ट्यांच्या साहाय्याने गणित अनुभवताना, बरोबर (=) चिन्ह, बरोबर चिन्हाच्या दोन्ही बाजूंना सारखीच संख्या मिळविणे - वजा करणे, सारख्याच संख्येने गुणणे - भागणे या प्रक्रियांचा परिणाम समजू लागतो. कुझनर पट्ट्या हे मुळात अनुभव देण्याचे साधन आहे. उपचारात्मक अध्ययन -अध्यापन प्रक्रियेतही कुझनर पट्ट्यांचा अनुभव उत्तम आहे. इथे हे स्पष्ट करावेसे वाटते की, **‘कुझनर पट्ट्या हे केवळ उपचारात्मक अध्ययनाचे साधन नाही.’**

कुझनर पट्ट्या :

मुळातल्या कुझनर पट्ट्या या रंगीबेरंगी आहेत. तशा पट्ट्या करायलाही हरकत नाही. या पुस्तिकेत मात्र सर्वांत सोपा पर्याय देत आहोत.

कुझनर पट्ट्या साध्या पुठ्ठयाच्या बनविता येतात. अर्थात त्या फार काळ टिकत नाहीत. लाकूड किंवा ॲक्रिलीक खूप महाग पडते. त्यामुळे कुझनर पट्टयांच्या संचाचे वजन व आकारही वाढतो. ते तयार करायलाही कठीण असते. सनपॅक या कामासांठी उपयुक्त आहे. साध्या पुठ्ठयांपेक्षा सनपॅक कापायला सोपे आहेत. सनपॅक मिळत नसेल तर साध्या पुठ्ठयाच्या कुझनर पट्ट्या बनवायला काहीच हरकत नाही.

- 4 सेमी बाजू (म्हणजे लांबी व रुंदी दोन्ही 4 सेमी) असणारी पट्टी म्हणजे 1.
- 8 सेमी लांबी व 4 सेमी रुंदी असणारी पट्टी 1 च्या दुप्पट आहे म्हणून 2.
- 12 सेमी लांबी व 4 सेमी रुंदी असणारी पट्टी म्हणजे 3. ही पट्टी पहिल्या पट्टीच्या 3 पट लांब आहे. अशाप्रकारे 10 पर्यंतच्या संख्या दर्शविणाऱ्या पट्ट्या बनवाव्यात. पहिल्या 6 ते 7 क्रमांकाच्या पट्ट्या संख्येने जास्त (किमान 10-10) असाव्यात. इतर पट्ट्या 4-5 चालतील.

आता 1 = a, 2 = b, 3 = c, 4 = d, 5 = e, 6 = f, 7 = g, 8 = h, 9 = i, 10 = j हे या पट्ट्यांवर लिहावे.

a	1 = a	g	7 = g
b	2 = b	h	8 = h
c	3 = c	i	9 = i
d	4 = d	j	10 = j
e	5 = e		
f	6 = f		

कुझनर पट्ट्या कशा वापराव्यात:

1. c पट्टीला जोडून b पट्टी ठेवली

c	b
e	

म्हणजे (c + b) मिळते.

आता c व b मिळून (आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे) e शी जुळते म्हणजे,

$c + b = e$

2. (i - d) करताना, i ला d खालीलप्रमाणे जोडावे.

i	
d	

i	
d	e

उरलेल्या जागेत e पट्टी बरोबर बसते.
म्हणजे (i - d) = e

3. 4 c - e

4 c साठी, c पट्टी 4 वेळा घेतली. त्याला जुळवून e पट्टी ठेवल्यास उरलेल्या जागेत g पट्टी बरोबर बसते.

c	c	c	c
e	g		

म्हणजे, 4 c - e = g

पुढील उदाहरणे पट्ट्यांच्या साहय्याने सोडवा.

1) 2 a + 2 b = ☐
2) b + d + a = ☐
3) h + f = 2 ☐
4) j + f = 2 ☐
5) b + c + e + a + d = 3 ☐
6) i - e = ☐
7) j - ☐ = c
8) 2 j - 4 ☐ = 0
9) 4 f - ☐ c = 3 e
10) ☐ = c + e
11) i - (2 b + c) = ☐
12) j - 2 (a + b) = ☐
13) 3 i - 3 (a + b) = ☐
14) 5 h - 4 (d + e) = ☐
15) 6 g - 2 (c + b) = 3 ☐ + 5

गुणाकार

पट्ट्यांच्या साहाय्याने गुणाकार करताना,
(उदा. b x c म्हणजे c वेळा b किंवा b वेळा c)
b वेळा c करताना, b ची (b = 2) किंमत विचारात घ्यावी, म्हणजे b x c = 2 c.
2 c = f म्हणजेच b x c = f

भागाकार:

1) $\frac{i}{c} = \square$

i		
c	c	c

i पूर्ण करायला 3 वेळा c लागतात.

म्हणून $\frac{i}{c} = c$

2) $\frac{i}{d} = \square$

i		
d	d	
		a

i ला d ने 2 वेळा भाग जातो व बाकी a राहते. म्हणजेच, $i = 2d + a$

हे आपण दुसऱ्या प्रकारेही व्यक्त करु शकतो. आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे,

(दोन्ही बाजूला d ने भागून)

$i = 2d + a$

$\frac{i}{d} = \frac{2\not{d}}{\not{d}} + \frac{a}{d}$

$\frac{i}{d} = 2 + \frac{a}{d} = b + \frac{a}{d} = b\frac{a}{d}$ .... ($b = 2$)

बेरजेचा क्रम

$c + d =$

c	d

$d + c =$

d	c
g	

$c + d = g$ तसेच $d + c = g$

$c + d = g = d + c$

म्हणजे बेरजेत क्रम बदलला तरीही किंमत तीच राहते.

- समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंमध्ये सारखीच संख्या मिळविल्यास समीकरण बदलत नाही.

b	d
f	

$b + d = f$

दोन्ही बाजूंमध्ये c मिळवू.

$b + d + c = f + c$

b	d	c
i		

} $b + d + c = i$

f	c
i	

} $f + c = i$

दोन्ही बाजूंमधून सारखीच किंमत वजा केल्यास समीकरण बदलत नाही.

दोन्ही बाजूंमधून d वजा करू. $c + f - d = i - d$

$c + f - d$

c	f
d	e

$c + f - d = e$

आता i मधून d वजा करु,

$i - d$

i	
d	e

$i - d = e$

$c + f - d = i - d$

- समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंमधून सारखीच संख्या वजा केल्यास समीकरणाची किंमत बदलत नाही.
- समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंना सारख्याच संख्येने गुणले किंवा भागले असता समीकरणाची किंमत तीच राहते.

x या संख्येला a ने गुणणे म्हणजे xa.

x ला $\frac{1}{a}$ ने गुणणे म्हणजे $x \cdot \frac{1}{a} = \frac{x}{a}$

x ला $\frac{1}{a}$ ने गुणणे म्हणजे a ने भागणे. एखाद्या संख्येला एखाद्या संख्येच्या व्यस्तांकाने गुणणे म्हणजे भागणे.

a	c

a + c =

d

a + c = d

a	c	a	c

(a + c) ला 2 ने गुणू

2 (a + c) = (a + c) + (a + c) .... पण a + c = d

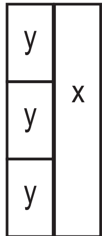
= d + d

= 2 d (d ला 2 ने गुणल्यास d x 2 = 2 d)

म्हणजेच एखाद्या समीकरणात दोन्ही बाजूंना सारख्याच संख्येने गुणल्यास किंवा भागल्यास समीकरणाची किंमत तीच राहते.

कुझनर पट्ट्यांच्या साहाय्याने गणित अभ्यासाचा सराव झाल्यावर पट्ट्या बाजूला सारुन प्रत्यक्ष गणित सुरु करावे.

समीकरण समजावताना कुझनर पट्ट्यांचा पुढीलप्रमाणेही वापर करता येतो.



या पट्टीची लांबी आपल्याला माहित नाही. ती लांबी x मानूया.

दुसरी एक छोटी पट्टी आहे तिची लांबी y आहे.

तीन वेळा y म्हणजे x हे नाते लक्षात येते म्हणजे,

$x = 3y$

समजा x माहित असेल तर $y = \frac{x}{3}$ म्हणजे y हे x च्या $\frac{1}{3}$ एवढे आहेत.

समीकरण समजावून घ्यायला आपण एक सोपे उदाहरण बघूया.

$x - 110 = 15$

हे उदाहरण सोडविण्यासाठी आपण समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंमध्ये 110 मिळवूया

$x - 110 + 110 = 15 + 110$

समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंमध्ये सारखीच संख्या मिळविली. त्यामुळे मूळ समीकरणाची किंमत बदलत नाही.

X – 110 + 110 = 15 + 110 (–110 आणि + 110 म्हणजे शून्य)

X – ~~110~~ + ~~110~~ = 15 + 110

x - 0 = 125

∴ **x = 125**

असे समीकरण मुळात कुठून येते, ते तयार कसे होते, हे बघण्यासाठी पुढील उदाहरण बघूया.

- एका अंडी विक्रेत्याकडे काही अंडी आहेत. त्यातील 10 अंडी फुटली. 75 अंडी त्याने कोपऱ्यावरच्या हॉटेलला विकली. 25 अंडी किरकोळ विकली. आता त्याच्याकडे 15 अंडी शिल्लक आहेत. तर त्याच्याजवळ एकूण किती अंडी होती ?

  या उदाहरणात सर्व अंडयांची बेरीज केली तर अपेक्षित उत्तर मिळते -

फुटलेली अंडी	10
हॉटेलला विकली	75
किरकोळ विक्री	25
शिल्लक अंडी	15
	125

अंडी विक्रेत्याचे हे उदाहरण आपण समीकरणाच्या स्वरुपात मांडूया.

1) एका अंडी विक्रत्याकडे काही अंडी आहेत.	ही अंडी किती हे माहित नसल्याने आपण त्याला x मानू. विक्रेत्याकडील अंडयांची संख्या x आहे.
2) 10 अंडी फुटली म्हणजे काही अंडयांतून 10 कमी झाली.	म्हणजे, (x – 10) अंडी आहेत.
3) 75 अंडी हॉटेलला विकली	म्हणजे आता, (x – 10 – 75) अंडी उरली
4) 25 अंडयांची किरकोळ विक्री	म्हणजे आता विक्रेत्याकडे, (x – 10 – 75 – 25) अंडी आहेत
5) त्याच्याकडे 15 अंडी उरली	म्हणजे, x –10 – 75 – 25 = 15 म्हणजे x – 110 = 15

आपण सुरुवातीला सोडवलेले समीकरण हे अशा पध्दतीने तयार झालेले असते.

जर साध्या बेरजेने गणित सोडवता येत असेल तर समीकरणाची मांडणी कशासाठी ? हे समजवण्यासाठी आपण यापूर्वी घेतलेल्या अंडयांच्या उदाहरणात थोडा बदल करूया. म्हणजे विक्रेत्याची 10 अंडी फुटली, 75 हॉटेलला दिली, 25 किरकोळ विकली. आता अंडी विक्रेत्याकडे सुरुवातीला असलेल्या अंडयांच्या $\frac{1}{3}$ अंडी शिल्लक राहिली तर मुळात किती अंडी होती आणि आता किती शिल्लक राहिली ?

सुरुवातीला विक्रेत्याकडे x अंडी होती असे मानू.

त्याचे $\frac{1}{3}$ म्हणजे $\frac{x}{3}$

आता आपण मांडलेले समीकरण पुढीलप्रमाणे बदलते.

$$x - 110 = \frac{x}{3}$$

दोन्ही बाजूंमध्ये 110 मिळवू.

$$x - \cancel{110} + \cancel{110} = \frac{x}{3} + 110$$

$$x = \frac{x}{3} + 110$$

$$x = \frac{x + 330}{3}$$

दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणू

$$3x = \frac{x + 330}{\cancel{3}} \times \cancel{3}$$

$$3x = x + 330$$

दोन्ही बाजूंमधून x वजा करु

$$3x - x = \cancel{x} - \cancel{x} + 330$$

$$2x = 330$$

दोन्ही बाजूंना 2 ने भागू

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{330}{2}$$

$$x = \frac{330}{2}$$

$$x = 165$$

व्यापाऱ्याकडे मुळात 165 अंडी होती.

सुरूवातीला असलेल्या अंडयांच्या $\frac{1}{3}$ अंडी शिल्लक राहिली.

म्हणजे $165 \times \frac{1}{3} = 55$ अंडी शिल्लक राहिली.

- समीकरणातील दोन्ही बाजू समान दाखविण्यासाठी प्रत्यक्ष समीकरण लिहिताना डाव्या व उजव्या बाजूमध्ये दोन रेषा म्हणजे बरोबर (=) चिन्ह काढून दाखवतो.
- जर दोन्ही बाजू समान नसतील तर आपण त्याला असमीकरण म्हणतो. डावी बाजू व उजव्या बाजूचे मूल्य सारखेच नसेल, तर बरोबर चिन्हाला तिरकी रेषा ($\neq$)काढतो.
- समीकरणात संख्यांऐवजी अक्षरे असतात त्यांना आपण चल म्हणतो. तर प्रत्यक्ष संख्यांना (या दिलेल्या असतात त्या बदलणार नाहीत) आपण स्थिरांक म्हणतो.

$x - 110 = 15$

↑ चल, ↑ स्थिरांक, ↑ स्थिरांक

दोन्ही बाजू समान दाखविणारे बरोबर चिन्ह

- या समीकरणात x हे एकच चल आहे. त्यामुळे या समीकरणाला एकचल समीकरण म्हणतात.
- चलाचा घात 1 असल्यामुळे या समीकरणाला एकरेषीय एकचल समीकरण म्हणतात.

समीकरणांविषयी महत्त्वाचे नियम:-

1. समीकरणाच्या डाव्या बाजूला व उजव्या बाजूला सारखीच संख्या मिळविली तरी समीकरणाची किंमत तीच राहते.

उदा. $x - 110 = 15$ 1

x = 125

समीकरण 1 च्या दोन्ही बाजूंमध्ये 10 मिळवू.

$x - 110 + 10 = 15 + 10$

$x - 100 = 25$

x = 125 ही किंमत या समीकरणात ठेवू

$125 - 100 = 25$

$\therefore$ 25 = 25

डावी बाजू = उजवी बाजू

2. समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंमधून सारखीच संख्या वजा केली तरी समीकरणाची किंमत तीच राहते.

उदा. $x - 110 = 15$ 1

x = 125

समीकरण 1 च्या दोन्ही बाजंमधून 10 वजा करुया.

$x - 110 - 10 = 15 - 10$

$x - 120 = 5$

x = 125 ही किंमत या समीकरणात ठेवू,

$125 - 120 = 5$

$5 = 5$

$\therefore$ डावी बाजू = उजवी बाजू

3. दोन्ही बाजूंना सारख्याच संख्येने गुणल्यासही समीकरणाची किंमत तीच राहते.

$x - 110 = 15$ 1

x = 125

समीकरण 1 च्या दोन्ही बाजूंना 5 ने गुणू

$5(x - 110) = 5 \times 15$

$5x - 550 = 75$

$5x = 625$

x = 125 ही किंमत या समीकरणात ठेवू,

$5 \times 125 = 625$

$625 = 625$

$\therefore$ डावी बाजू = उजवी बाजू

4. दोन्ही बाजूंना सारख्याच संख्येने भागले तरीही समीकरणाची किंमत तीच राहते.

उदा. $x - 110 = 15$ 1

x = 125

समीकरण 1 च्या दोन्ही बाजूंना 2 ने भागू

$$\frac{x - 110}{2} = \frac{15}{2}$$

$2(x - 110) = 15 \times 2$

$2x - 220 = 30$

$2x = 250$

$x = 125$ ही किंमत या समीकरणात ठेवू,

$\therefore 2 \times 125 = 250$

$250 = 250$

$\therefore$ डावी बाजू = उजवी बाजू

या 4 नियमांच्या आधारे आपण समीकरणांची उकल करतो.

उदा. $x - 110 = 15$

या समीकरणात डाव्या बाजूला फक्त x पाहिजे आहे. त्यामुळे 110 काढून टाकण्यासाठी दोन्ही बाजूंमध्ये 110 मिळविले.

$x = 125$ ही समीकरणाची उकल म्हणजे x ची किंमत ठरते.

थोड्या सरावाने आपण डावीकडचे (–110) उजवीकडे थेट न्यावेत.

डावीकडचे (– 110) उजवीकडे जाताना (+ 110) होतात.

उदा. $x - 110 = \frac{x}{3}$

या समीकरणात,

$x = \frac{x}{3} + 110$

$x = \frac{x + 330}{3}$

दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणू.

$x \times 3 = \frac{x + 330}{\cancel{3}} \times \cancel{3}$

$3x = x + 330$

दोन्ही बाजूंमधून x वजा करुया.

$3x - x = \cancel{x} - \cancel{x} + 330$

$2x = 330$

दोन्ही बाजूंना 2 ने भागू किंवा $\frac{1}{2}$ ने गुणू

$\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} x = \frac{330}{2}$

$x = 165$

थोड्या सरावाने उजवीकडचे $\frac{x + 300}{3}$ मधील छेदस्थानचे 3 डावीकडे न्यावेत.

डावीकडे नेताना ते अंशस्थानात जातील.

$x = \frac{x + 300}{3}$

$3x = x + 300$

साधारणपणे इ. 8 वी शैक्षणिक वर्षाच्या जानेवारीपर्यंत सर्वसामान्य मुलांना दोन्ही बाजूंनी समान संख्या मिळविणे किंवा वजा करणे, दोन्ही बाजूंना समान संख्येने गुणणे किंवा भागणे हा प्रकार प्रत्यक्ष करु द्यावा.

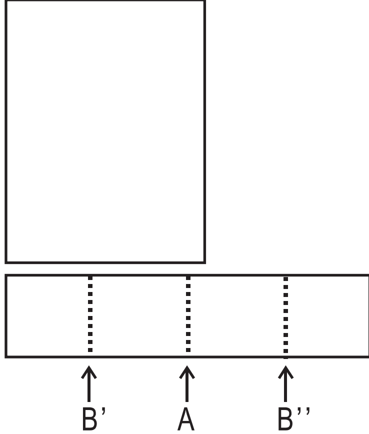
सोपी समीकरणे विकसित करणे व सोडविणे हे विद्यार्थ्यांना कठीण वाटू नये. ते आत्मसात व्हावे यासाठी सोपी समीकरणे सोबत दिली आहेत.

सोपे समीकरण -I

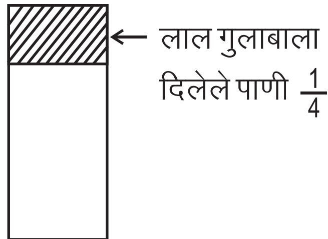
अभिजीतकडे काही पाणी आहे. शाळेतून बाहेर पडताना त्यातील $\frac{1}{4}$ एवढे पाणी त्याने बाहेरच्या लाल गुलाबाच्या रोपट्याच्या मुळाशी दिले. $\frac{1}{4}$ पाणी जास्वंदीच्या मुळाशी दिले. $\frac{1}{4}$ पाणी त्याने स्मिताला दिले. आता त्याच्याकडे 100 मिली एवढे पाणी शिल्लक आहे. तर सुरुवातीला त्याच्याकडे किती पाणी होते ?

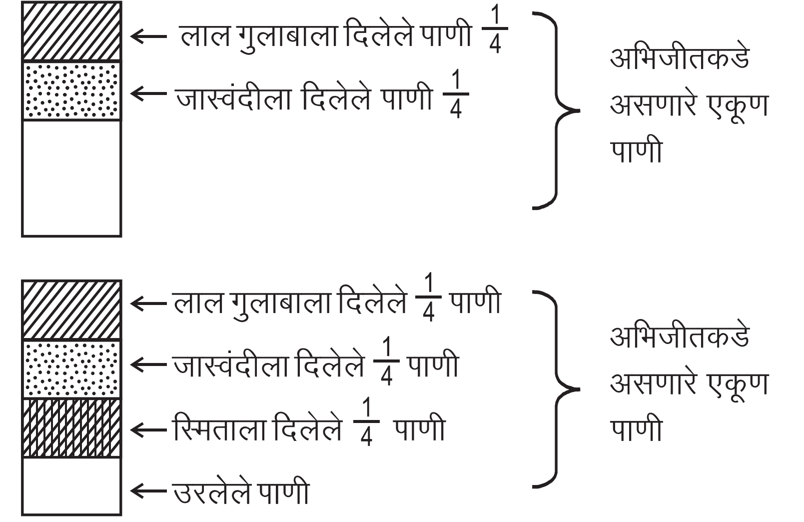
हे उदाहरण अतिशय सोपे आहे हे दिसतच आहे. 3 वेळा $\frac{1}{4}$ एवढे पाणी दिल्यावर $\frac{1}{4}$ एवढे पाणी उरणार. उरलेले पाणी 100 मिली आहे. म्हणजे $\frac{1}{4}$ = 100 मिली म्हणजे अभिजीतकडे 400 मिली पाणी होते.

उदाहरण सोडविण्यापूर्वी त्या उदाहरणाविषयीचा गाभा समजून घेण्याची सवय अशाप्रकारच्या विचारांनी लागते. तसेच उदाहरण प्रत्यक्ष बघता अभिजीतकडे काही पाणी आहे. हे पाणी दाखविण्यासाठी उभा आयत फळ्यावर काढावा. मुलांनी स्वतःच्या वहीत तसा आयत काढावा.



यातील $\frac{1}{4}$ पाणी गुलाबाला दिले. म्हणजे किती हे मुलांकडून फळ्यावरील आयतात दाखवावे. मुलांना जमत नसल्यास लांबट आयताकार कागदाची पट्टी घेऊन सुरुवातीला मध्यावरची A घडी घालून नंतर B' व B" या दुसऱ्या दोन घड्या घालून समान चार भाग करुन दाखवा.





म्हणजे उरलेले पाणीही $\frac{1}{4}$ एवढे आहे. आणि ते 100 मिली एवढे आहे. म्हणजे उरलेल्या पाण्याला 4 ने गुणल्यास 100 मिली x 4 = 400 मिली हे उत्तर येते.

विद्यार्थ्यांचा वैज्ञानिक आणि गणिती दृष्टीकोन वाढविण्यासाठी या प्रकारच्या कृतींची आवश्यकता आहे. त्यामुळे विद्यार्थी वर्गात सहभागी तर होतातच पण त्यांना विषयही समजू लागतो. पण हेच बीजगणिताच्या भाषेत कसे मांडायचे ? नेहमी अशा आकृत्या व प्रयोग करता येणार नाहीत. समीकरणाच्या स्वरुपातून हे उदाहरण सोडवावे लागेल.

1) अभिजीतकडे काही पाणी होते	अभिजीतकडील पाण्याला x मानू.
2) त्याने $\frac{1}{4}$ एवढे पाणी गुलाबाला दिले	x चे $\frac{1}{4} = \frac{x}{4}$ म्हणून उरलेले पाणी $x - \frac{x}{4}$
3) $\frac{1}{4}$ एवढे पाणी जास्वंदीला दिले	$x - \frac{x}{4} - \frac{x}{4}$
4) $\frac{1}{4}$ एवढे पाणी स्मिताला	$x - \frac{x}{4} - \frac{x}{4} - \frac{x}{4}$
5) सर्वांना प्रत्येकी $\frac{x}{4}$ एवढे पाणी देऊन उरलेले पाणी म्हणजे 100 मिली.	$x - \frac{x}{4} - \frac{x}{4} - \frac{x}{4}$ = 100 मिली

म्हणजे,

$$x - \frac{3x}{4} = 100$$

असे समीकरण मिळते.

आता आपण हे समीकरण सोडवूया.

$$\frac{4x - 3x}{4} = 100$$

$$\frac{x}{4} = 100$$

दोन्ही बाजूंना 4 ने गुणू,

$$\frac{x}{\cancel{4}} \times \cancel{4} = 100 \times 4$$

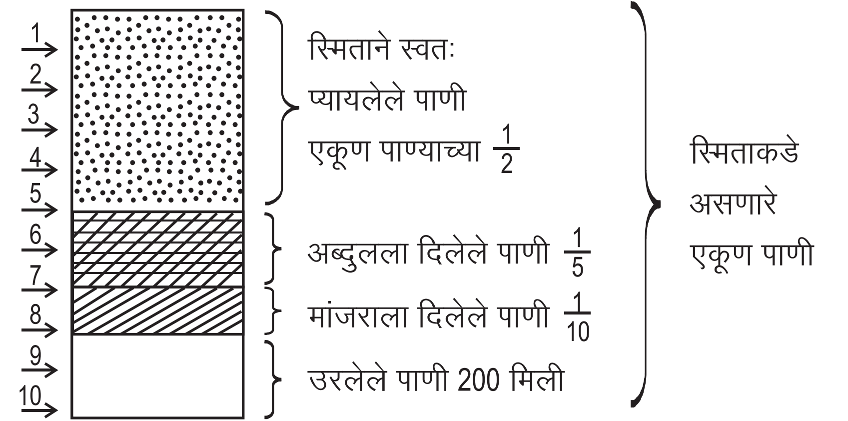
x = 400 मिली

सोपे समीकरण - II

स्मिताकडील पाण्यापैकी $\frac{1}{2}$ एवढे पाणी तिने स्वतः पिण्यासाठी वापरले. $\frac{1}{5}$ पाणी अब्दुलला दिले. $\frac{1}{10}$ पाणी तिने वर्गाबाहेरच्या मांजराला दिले. आता स्मिताकडे 200 मिली एवढे पाणी उरले. स्मिताकडे एकूण किती पाणी होते ?

सुरुवातीला आकृतीच्या साहाय्याने विचार करायला लावूया. यासाठी वृत्तचितीकार भांडे वापरावे. समोरून पाहिल्यावर वृत्तचिती ही आयताप्रमाणे दिसते म्हणून उभा आयत काढून त्यात पाणी दाखवावे.

$\frac{1}{10}$ हा आपल्याकडे असणारा सर्वात लहान भाग आहे.



वरील आकृतीत बाजूला बाणाने प्रत्येक भाग दाखवावेत व ते तसे का हे समजावून घ्यावे.

- 10 पैकी 5 भाग म्हणजेचे $\frac{1}{2}$ हे समजावून द्यावे.
  $\frac{5}{10}$ म्हणजेच $\frac{1}{2}$ हे सममूल्य अपूर्णांक आहेत.
- 10 पैकी 2 भाग
  $\frac{2}{10}$ म्हणजेच $\frac{1}{5}$

उरलेले पाणी हे 200 मिली आहे. म्हणजेच ते एकूण पाण्याच्या $\frac{1}{5}$ आहे.

म्हणजे 200 x 5 = 1000 मिली एवढे म्हणजे 1 लीटर एवढे पाणी स्मिताकडे आहे.

आता हेच उदाहरण आपण समीकरणांच्या साहाय्याने सोडवूया.

1. स्मिताकडे काही पाणी आहे.	स्मिताकडे x एवढे पाणी आहे.
2. त्या पाण्यातील $\frac{1}{2}$ एवढे पाणी ती स्वतः प्यायली.	x मधील $\frac{1}{2}$ म्हणजे $\frac{x}{2}$. $\frac{x}{2}$ एवढे पाणी प्यायल्यानंतर उरलेले पाणी $x - \frac{x}{2}$
3. अब्दुलला एकूण पाण्यापैकी $\frac{1}{5}$ एवढे पाणी दिले.	अब्दुलला $\frac{x}{5}$ पाणी दिल्यानंतर $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{5}$
4. मांजराला एकूण पाण्यापैकी $\frac{1}{10}$ एवढे पाणी दिले.	मांजराला $\frac{x}{10}$ पाणी दिल्यानंतर उरलेले पाणी $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{5} - \frac{x}{10}$
5. उरलेले पाणी 200 मिली.	$\frac{x}{1} - \frac{x}{2} - \frac{x}{5} - \frac{x}{10}$ = 200 मिली 2, 5, 10 चा लसावि 10 येतो $\frac{10x - 5x - 2x - x}{10} = 200$
हे आपले समीकरण तयार झाले	$\frac{10x - 8x}{10} = 200$

आता $\frac{10x - 8x}{10} = 200$ हे समीकरण सोडवूया.

समीकरणाच्या दोन्ही बाजूंना 10 ने गुणू म्हणजे डाव्या बाजूच्या छेदातील 10 घालवता येतील.

$$\frac{10x - 8x}{\cancel{10}} \times \cancel{10} = 200 \times 10$$

$$10x - 8x = 2000$$

$$2x = 2000$$

दोन्ही बाजूंना 2 ने भागू किंवा $\frac{1}{2}$ ने गुणू

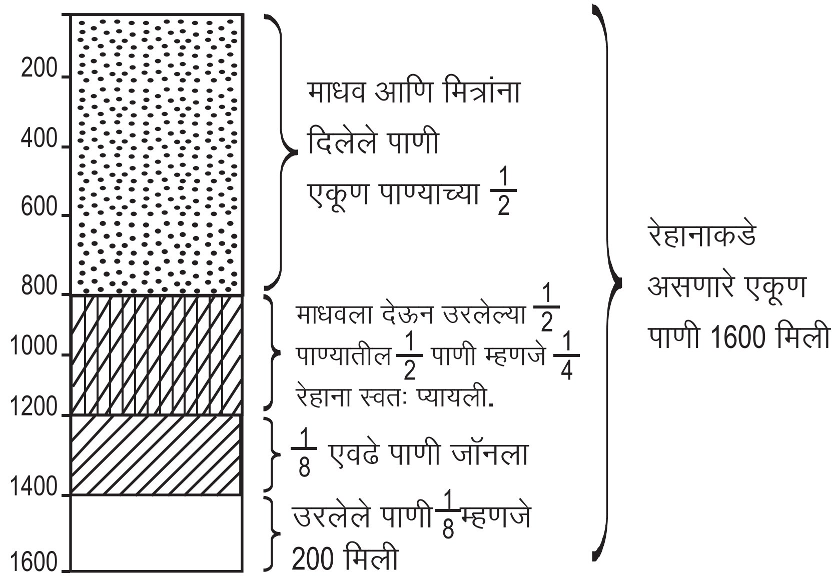
$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{2000}^{1000}}{\cancel{2}}$$

x = 1000

स्मिताकडे 1000 मिली म्हणजे 1 लीटर एवढे पाणी होते.

सोपे समीकरण - III

रेहानाकडे 1 लिटर आणि 600 मिली एवढे पाणी होते. त्या पाण्यापैकी अर्धे पाणी तिने माधवला आणि त्याच्या मित्रांना पिण्यासाठी दिले. उरलेल्या पाण्यातील अर्धे पाणी रेहाना स्वतः प्यायली. एकूण पाण्यापैकी $\frac{1}{8}$ एवढे पाणी तिने जॉनला दिले तर आता तिच्याकडे किती पाणी उरले ?



सर्वांना देऊन उरलेले पाणी x मानू.

1) रेहानाकडे असणारे एकूण पाणी	1600 मिली
2) त्या पाण्यापैकी अर्धे पाणी तिने माधव आणि त्याच्या मित्रांना पिण्यासाठी दिले.	$\frac{1600}{2}$ = 800 मिली 1600 – 800 = 800 मिली
3) माधव व त्याच्या मित्रांना देऊन उरलेले पाणी	800 मिली
4) उरलेल्या पाण्यातील अर्धे पाणी रेहाना स्वतः प्यायली. (उरलेले पाणी मुळातील पाण्याच्या अर्धे होते. त्यातील अर्धे पाणी म्हणजे एकूण पाण्यातील $\frac{1}{4}$ पाणी)	रेहाना स्वतः 800 तील $\frac{1}{2}$ पाणी प्यायली. $\frac{800}{2}$ = 400 मिली पाणी प्यायली. आता उरलेले पाणी = 800 – 400 = 400 मिली
5) एकूण पाण्यापैकी जॉनला $\frac{1}{8}$ एवढे पाणी दिले.	एकूण पाण्यातील $\frac{1}{8}$ एवढे पाणी म्हणजे $\frac{1600}{8}$ = 200 मिली
6) आता तिच्याकडे किती पाणी उरले ?	400 मिली - 200 मिली = 200 मिली

पध्दतशीर टप्पे दाखवावेत म्हणजे विद्यार्थ्यांना गणिती प्रक्रिया समजायला मदत होते.
आपल्याला रेहानाकडे किती पाणी आहे ते माहित आहे.
सर्वांना देऊन उरलेले पाणी शोधायचे आहे.

सर्वांना देऊन उरलेले पाणी x मानू

$x = 1600 - \frac{1600}{2} - \frac{800}{2} - \frac{1600}{8}$

म्हणजे आपले समीकरण झाले. हे समीकरण सोडविणे अत्यंत सोपे आहे.

$x = 1600 - 800 - 400 - 200$

$x = 1600 - 1400$

x = 200 मिली

सोपे समीकरण - IV

शाळेच्या टाकीतील पाण्यापैकी $\frac{1}{2}$ पाणी पिण्यासाठी राखून ठेवले. $\frac{1}{4}$ पाणी स्वच्छतेसाठी, $\frac{1}{10}$ पाणी बागेसाठी दिले. आता टाकीत 120 लीटर पाणी उरले आहे. तर सुरूवातीला टाकीत किती पाणी होते ?

आतापर्यंत मुलांना कल्पना आलेली असते. आता आकृती न काढता प्रत्यक्ष बीजगणिताच्या पध्दतीने जावे.

1) टाकीतील एकूण पाणी	x मानू
2) पिण्यासाठी राखून ठेवलेले पाणी	$\frac{x}{2}$ म्हणून राहिलेले पाणी $x - \frac{x}{2}$
3) स्वच्छतेसाठी ठेवलेले पाणी	$\frac{x}{4}$ म्हणजे उरलेले पाणी $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4}$
4) बगीच्यासाठी ठेवलेले पाणी	$\frac{x}{10}$ म्हणजे, उरलेले पाणी $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{x}{10}$
5) उरलेले पाणी	120 लीटर म्हणजे आपले समीकरण झाले. $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{x}{10} = 120$ मिली याला सोपे रुप देऊया. 2, 4 व 10 यांचा लसावि 20 येतो. $\frac{20x - 10x - 5x - 2x}{20} = 120$ $\frac{3x}{20} = 120$ $3x = 2400$ $x = \frac{2400}{3} = 800$ लीटर

दोन मित्रांकडे मिळून रु.100/- आहेत. रमेशकडील रकमेत रु.10/- मिळविले आणि सुरेशकडील रकमेतून रु.10/- काढून घेतले तर दोघांकडे सारखीच रक्कम होईल. तर दोघांकडे प्रत्येकी किती रक्कम आहे ?

या उदाहरणात आपल्याला स्पष्टपणे जाणवते की, रमेशकडे रु.40/- आणि सुरेशकडे रु.60/- आहेत.

समीकरणाच्या पध्दतीने याची उकल पुढीलप्रमाणे करता येते.

रमेशकडे असणारी रक्कम - R मानू

सुरेशकडे असणारी रक्कम - S मानू

$R + S = 100$ ....(1)

रमेशकडील रकमेत रु.10/- मिळविले व सुरेशकडील रकमेतून रु.10/- काढून घेतले.

$R + 10 = S - 10$

$\therefore R - S = -20$ ....(2)

अशी तीन समीकरणे आपल्याला मिळतात. समीकरण (1) मधून समीकरण (2) वजा करुया.

$$\begin{array}{rl} \cancel{R} + S = & 100 \\ -\ \cancel{R} \underset{+}{-} S = & \underset{+}{-} 20 \\ \hline 2S = & 120 \end{array}$$

$S = \frac{120}{2}$

$= 60$

सुरेशकडील रक्कम रु.60/- आहे. समीकरण (1) मध्ये ही किंमत घालूया.

$R + S = 100$

$R + 60 = 100$

$R = 100 - 60 = 40$

रमेशकडे रु.40/- आहेत.

समीकरणांची वजाबाकी पुढील प्रकारेही करता येते.

R + S = 100 आणि R - S = -20

पहिल्या समीकरणाच्या डाव्या बाजूतून दुसऱ्या समीकरणाची डावी बाजू व पहिल्या समीकरणाच्या उजव्या बाजूतून दुसऱ्या समीकरणाची उजवी बाजू वजा करावी.

$R + S - (R - S) = 100 - (-20)$

$R + S - R + S = 100 + 20$

$2S = 120$

$S = \frac{120}{2} = 60$

हे उदाहरण वेगळ्या पध्दतीनेही सोडवता येईल.

$R + S = 100$ ..... (1)

$R - S = -20$ ..... (2)

$R = -20 + S$

R ची ही किंमत समीकरण (1) मध्ये R ऐवजी ठेवावी.

$-20 + S + S = 100$

$2S = 100 + 20$

$S = \frac{120}{2}$

$S = 60$

चार मित्रांकडे मिळून रु.100/- आहेत. एका मित्राच्या रक्कमेत रु. 4 मिळविले. दुसऱ्याच्या रकमेतून रु.4 वजा केले. तिसऱ्याची रक्कम $\frac{1}{4}$ पट केली व चौथ्याची रक्कम चौपट केली तर चारही जणांकडे सारखीच रक्कम होते. तर प्रत्येकाजवळ किती रक्कम आहे ?

याआधी सोडविलेल्या प्रकारचेच हेही एक उदाहरण आहे.

- समजूया A, B, C व D हे चार मित्र आहेत.
- चौघांकडे मिळून एकूण रु 100/- आहे.
  म्हणून $A + B + C + D = 100$ ......(1)
- आता A च्या रकमेत रु.4/- मिळवले = $A + 4$
- B च्या रकमेतून रु.4/- काढून घेतले = $B - 4$
- C ची रक्कम $\frac{1}{4}$ पट केली = $\frac{C}{4}$
- D ची रक्कम चौपट (4 पट) केली = 4 D

दिलेल्या माहितीनुसार,

$A + 4 = B - 4 = \frac{C}{4} = 4D$

- $A + 4 = B - 4$ यांचा विचार करू

  $B = A + 8$ ...... (2)
- $A + 4 = \frac{C}{4}$ चा विचार करू

  $C = 4A + 16$ ...... (3)
- $A + 4 = 4D$ चा विचार करू

  $D = \frac{A + 4}{4}$ ...... (4)

म्हणजे आपण सर्व संख्या A च्या स्वरुपात व्यक्त केल्या. आता क्र.2, 3 व 4 मधील अनुक्रमे B, C व D च्या A स्वरुपातील किंमती क्र.1 मध्ये भरु.

$$A + (A + 8) + (4A + 16) + \left(\frac{A+4}{4}\right) = 100$$

$$\therefore \frac{4A + 4A + 32 + 16A + 64 + A + 4}{4} = 100$$

$$\therefore 25A + 100 = 400$$

$$\therefore 25A = 300$$

$$\therefore A = \frac{300}{25} = 12$$

A = 12 म्हणजे A कडे रु.12/- होते.

A = 12 ही किंमत क्र.2, 3 व 4 मध्ये भरु.

B = 20 म्हणजे B कडे रु.20/- होते.

C = 4 A + 16 = 12 X 4 + 16 = 48 + 16 = 64

C = 64 म्हणजे C कडे रु.64/- होते

$$D = \frac{A+4}{4} = \frac{12+4}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

D = 4 म्हणजे D कडे रु.4/- होते.

तसेच A + B + C + D = 12 + 20 + 64 + 4 = 100/-

वरील दोन्ही उदाहरणांत आपण एकाच चलात रुपांतर करतो.

राम आणि शाम हे दोन मित्र होते. रामने मनात एक संख्या धरली आणि काही प्रश्नानंतर शामने ती ओळखून दाखविली. शामने केले तरी काय ? ते अनुभवुया.

शामचे प्रश्न (आज्ञा)	**रामच्या मनातील आकडेमोड**
1) मनात एक संख्या धर	रामने मनात 6 संख्या धरली
2) ती संख्या दुप्पट कर	6 x 2 = 12
3) येणाऱ्या संख्येत 5 मिळव	12 + 5 = 17
4) येणाऱ्या संख्येला 3 ने गुण	17 x 3 = 51
5) येणाऱ्या संख्येतून मूळ संख्या वजा कर	51 - 6 = 45
6) येणाऱ्या संख्येतून 5 वजा कर.	45 - 5 = 40
7) शेवटी कोणती संख्या मिळाली ते सांग	रामने सांगितले, 40

थोडया विचारानंतर शामने रामच्या मनातील संख्या 6 ही अचूक ओळखली.

हे कसं काय ?

आपण आता शामच्या प्रश्नाचे समीकरण मांडू.

शामचे प्रश्न	तयार होणारे समीकरण	रामच्या मनातील आकडेमोड
1) मनात एक संख्या धर	x	6
2) ती संख्या दुप्पट कर	2x	12
3) येणाऱ्या संख्येत 5 मिळव	2 x + 5	17
4) येणाऱ्या संख्येला 3 ने गुण	3 (2x + 5) = 6x + 15	51
5) येणाऱ्या संख्येतून मूळ संख्या वजा कर	6x + 15 - x = 5x + 15	45
6) येणाऱ्या संख्येतून 5 वजा कर	5x + 15 - 5 = 5x + 10	40

या सर्व प्रक्रियेतून आपल्याला 5x + 10 = 40 हे समीकरण मिळते. हे समीकरण सोडवूया.

$5x + 10 = 40$

$\therefore 5x = 40 - 10$

$\therefore 5x = 30$

$x = \frac{30}{5} = 6$

- शामने रामच्या मनातील संख्या समीकरणाच्या मदतीने ओळखली.
- 6 व्या पायरीच्या आधी असणाऱ्या कोणत्याही पायरीतून हेच उत्तर मिळते का बघूया.

आपण 5 व्या पायरीचा विचार करु

$5x + 15 = 45$

$5x = 45 - 15$

$5x = 30$

$\therefore x = 0$

4 थ्या पायरीचा विचार करु

$6x + 15 = 51$

$6x = 51 - 15$

$6x = 36$

$\therefore x = 6$

दुसरी कोणतीही संख्या मनात धरली तरी अचूक उत्तर याच पध्दतीने मिळते का, याचा पडताळा घेऊ.

समजूया रामने मनात 13 ही संख्या धरली आहे.

1) रामच्या मनातील संख्या	13
2) संख्येची दुप्पट	13 x 2 = 26
3) संख्येत 5 मिळविल्यास	26 + 5 = 31
4) संख्येला 3 ने गुणल्यास	31 x 3 = 93
5) आलेल्या संख्येतून मूळ संख्या वजा केल्यास	93 – 13 = 80
6) आलेल्या संख्येतून 5 वजा केल्यास	80 – 5 = 75

आपल्याला समीकरण मिळते,

$5x + 10 = 75$

$5x = 75 - 10$

$5x = 65$

$x = \frac{65}{5} = 13$

आपणही निरनिराळ्या संख्या मनात घेऊन याचा पडताळा घ्या. निरनिराळ्या पायऱ्यांवरुनही तेच उत्तर मिळते का याचा पडताळा घ्या.

अशाप्रकारे मनातील संख्या ओळखायला हे एकच समीकरण आहे का ?
आपण आणखी एक पध्दत बघू.

प्रश्न (आज्ञा)	समीकरणाचा विकास	प्रत्यक्ष आकडेमोड
1) मनातील संख्या	x	7
2) त्यात 5 मिळवा	x + 5	12
3) त्याची चौपट करा	4x + 20	48
4) त्याला 3 ने गुणा	12x + 60	144
5) मूळ संख्येची 6 पट वजा करा	12x - 6x + 60 = 6x + 60	102
6) येणाऱ्या संख्येतून 6 वजा करा	6x + 54	96

म्हणजे आपल्याला समीकरण मिळाले.

$6x + 54 = 96$

$6x = 96 - 54 = 42$

$6x = 42$

$\therefore x = \frac{42}{6} = 7$

अशाप्रकारे तुम्ही अनेक समीकरणे तयार करा. मित्रांच्या व इतरांच्या मनातील संख्या ओळखून त्यांना चकीत करा.

वरील पध्दतीने अपूर्णांक मनात घेतले तरी संख्या ओळखता येतील का ? चला करुन बघुया. मनात $\frac{5}{7}$ हा अपूर्णांक घेऊया.

प्रश्न	समीकरणाचा विकास	प्रत्यक्ष आकडेमोड
मनातील संख्या	x	$\frac{5}{7}$
5 मिळवा	$x + 5$	$\frac{5}{7} + 5 = \frac{5 + 35}{7} = \frac{40}{7}$
आलेली संख्या चौपट करा	$4x + 20$	$\frac{40}{7} \times 4 = \frac{160}{7}$
आलेल्या संख्येला 3 ने गुणा	$12x + 60$	$\frac{160}{7} \times 3 = \frac{480}{7}$
मूळ संख्येची 6 पट वजा करा	$12x - 6x + 60 = 6x + 60$	$\frac{480}{7} - \frac{30}{7} = \frac{450}{7}$
येणाऱ्या संख्येतून 6 वजा करा	$6x + 60 - 6 = 6x + 54$	$\frac{450}{7} - 6 = \frac{450 - 42}{7}$
		$= \frac{408}{7}$

म्हणजे आपल्याला हे समीकरण मिळते

$6x + 54 = \frac{408}{7}$

$6x = \frac{408}{7} - 54 = \frac{408 - 378}{7} = \frac{30}{7}$

$6x = \frac{30}{7}$

$\therefore x = \frac{\cancel{30}^{5}}{7 \times \cancel{6}} = \frac{5}{7}$

म्हणजे या पध्दतीने अपूर्णांक सुध्दा ओळखता येतात.

आपल्या प्रक्रियेत अपूर्णांकी प्रक्रिया घेता येतील का ?

प्रश्न (आज्ञा)	समीकरणाचा विकास	आकडेमोड
मनातील संख्या	x	$\frac{3}{4}$
संख्येतून $\frac{1}{2}$ वजा करा	$x - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3 - 2}{4} = \frac{1}{4}$
संख्येला $\frac{20}{4}$ ने गुणा	$\left(x - \frac{1}{2}\right) \times \frac{20}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)5$ $= 5x - \frac{5}{2} = \frac{10x - 5}{2}$	$\frac{1}{4} \times \frac{20}{4} = \frac{5}{4}$
संख्येतून 2 वजा करा	$\frac{10x - 5}{2} - 2$ $\frac{10x - 5 - 4}{2}$ $\frac{10x - 9}{2}$	$\frac{5}{4} - 2 = \frac{5 - 8}{4}$ $\frac{-3}{4}$
संख्येत $\frac{1}{6}$ मिळवा	$\frac{10x - 9}{2} + \frac{1}{6}$ $\frac{30x - 27 + 1}{6}$ $\frac{30x - 26}{6}$	$-\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ $\frac{-9 + 2}{12}$ $= \frac{-7}{12}$

आपण याचा पडताळा घेऊया

$$\frac{30x - 26}{6} = \frac{-7}{12}$$

$$30x - 26 = \frac{-7}{2}$$

$$30x = \frac{-7}{2} + 26$$

$$30x = \frac{-7 + 52}{2}$$

$$30x = \frac{45}{2}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

NOTES

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....